



MỘT SỐ KHÓ KHĂN VÀ SAI LẦM CỦA HỌC SINH TIỂU HỌC KHI HỌC HỆ ĐẾM THẬP PHẦN

Nguyễn Thị Nga^{1*}, Tăng Minh Dũng¹ và Dương Thị Hạnh²

¹Khoa Toán-Tin, Trường Đại học Sư phạm Thành phố Hồ Chí Minh

²Trường Tiểu học Đinh Bộ Lĩnh, Thành phố Mỹ Tho, Tiền Giang

*Người chịu trách nhiệm về bài viết: Nguyễn Thị Nga (email: ngant@hcmue.edu.vn)

Thông tin chung:

Ngày nhận bài: 05/02/2018

Ngày nhận bài sửa: 05/07/2018

Ngày duyệt đăng: 30/10/2018

Title:

Difficulties and errors of primary students in learning the decimal system

Từ khóa:

Hệ đếm thập phân, sai lầm, tiểu học

Keywords:

Decimal system, errors, primary school

ABSTRACT

This article is intended to clarify the difficulties and errors of 4th grade students in learning the decimal system. The study begins with a summary of Gerente's study (2015) concerning the system of counts; in particular, it clarifies two features: the positional aspect and the decimal aspect of the decimal system. Next, a study of the current teaching system through textbook analysis allows the prediction of three difficulties related to difference between writing and reading numbers, understanding numerals, and using the decimal aspect to solve problem. The difficulties were clarified through a set of questions on 108 4th grade students. Student errors indicated that they still did not understand the two aspects of the decimal system.

TÓM TẮT

Bài viết nhằm làm rõ các khó khăn và sai lầm của học sinh lớp 4 khi học hệ đếm thập phân. Nghiên cứu bắt đầu bằng việc tóm lược nghiên cứu của Gerente (2015) liên quan đến hệ thống các phép đếm; đặc biệt, nghiên cứu đã làm rõ hai đặc trưng, phương diện vị trí và phương diện thập phân của hệ đếm thập phân. Tiếp đó, một nghiên cứu hệ thống dạy học hiện hành qua phân tích sách giáo khoa cho phép dự đoán ba khó khăn liên quan đến sự khác biệt giữa viết và đọc các số, hiểu cách viết chữ số, sử dụng phương diện thập phân để giải toán. Các khó khăn được làm rõ qua một bộ câu hỏi trên 108 học sinh lớp 4. Các sai lầm của học sinh trong thực nghiệm cho thấy học sinh vẫn chưa hiểu rõ hai phương diện nói trên của hệ đếm thập phân.

Trích dẫn: Nguyễn Thị Nga, Tăng Minh Dũng và Dương Thị Hạnh, 2018. Một số khó khăn và sai lầm của học sinh tiểu học khi học hệ đếm thập phân. Tạp chí Khoa học Trường Đại học Cần Thơ. 54(7C): 125-129.

I. HỆ THỐNG CÁC PHÉP ĐẾM

Theo nghiên cứu của Gerente (2015), hệ thống các phép đếm được chia thành hệ thống phép đếm không theo vị trí và hệ thống phép đếm theo vị trí.

1.1 Các hệ thống phép đếm không theo vị trí

Hệ thống phép đếm không theo vị trí là hệ đếm mà trong đó giá trị của mỗi chữ số không phụ thuộc vào vị trí của nó đứng trong con số. Một số hệ thống phép đếm không theo vị trí từng xuất hiện trong lịch sử như:

Hệ thống phép đếm Ai Cập

Người Ai Cập đã sử dụng một kí hiệu cho các đơn vị, một kí hiệu cho hàng chục, một kí hiệu cho hàng trăm,... Do đó, chúng ta có một hệ thống phép đếm trong cơ sở mười.

Bảng 1: Các biểu tượng số trong hệ thống phép đếm Ai Cập

Bản số	Biểu tượng
một	1
mười	n
một trăm	e
một ngàn	g
mười ngàn	7
một trăm ngàn	
một triệu	

Ở đây, số lượng đơn vị của mỗi cấp được chỉ định bởi sự lặp lại. Chẳng hạn, dưới đây là cách viết số 437:

e e e e n n n IIII
III

Nguyên tắc sử dụng ở đây là sự ghép lại kề nhau. Lưu ý rằng vị trí của các kí hiệu không quan trọng vì các kí hiệu là khác nhau cho mỗi thứ tự đơn vị. Số 437 cũng có thể được viết:

III
n n n e e e e III

hoặc thậm chí:

e II n IIII e e n n I e

Chính vì lý do để đọc thuận tiện và so sánh các số mà thứ tự liên tiếp được chỉ ra hoặc từ trái sang phải, hoặc từ phải sang trái.

Hệ thống phép đếm La Mã

Người La Mã sử dụng một hệ thống tương tự nhưng dựa đồng thời trên cơ sở 10 và một số bội của 5, những số có dạng: 5×10^n .

Bảng 2: Các biểu tượng số trong hệ thống phép đếm La Mã

I	5	10	50	100	500	1000
I	V	X	L	C	D	M

Để tạo thuận lợi cho việc đọc, việc viết các số được thực hiện từ trái sang phải, bắt đầu với các hàng lớn nhất. Sau đó một quy ước khác xuất hiện để giảm độ dài của cách viết:

VI nghĩa là $5 + 1$

IV nghĩa là $5 - 1$

XL nghĩa là $50 - 10$

...

Hệ thống phép đếm Hy Lạp

Người Hy Lạp sử dụng 27 chữ cái của bảng chữ cái (đánh dấu phẩy để phân biệt với những chữ cái được sử dụng để viết các từ) cho phép rút ngắn cách viết các số. Thực tế ở đây, chỉ có một biểu tượng duy nhất theo thứ tự đơn vị là đủ.

Bảng 3: Các biểu tượng số trong hệ thống phép đếm Hy Lạp

1	2	3	4	5	6	7	8	9
α'	β'	γ'	δ'	ϵ'	ζ'	η'	θ'	

10	20	30	40	50	60	70	80	90
ι'	κ'	λ'	μ'	ν'	ξ'	$\omicron'$	π'	ρ'

100	200	300	400	500	600	700	800	900
ρ'	σ'	τ'	υ'	ϕ'	χ'	ψ'	ω'	τ'

Để chỉ đơn vị nghìn, người ta để ngay trước các biểu tượng của đơn vị thường dấu phẩy “,”. Số hàng chục nghìn theo sau bởi M' . Chẳng hạn, người ta viết các số 437 và 35712 như sau:

437: $\nu' \lambda' \zeta'$ 35712: $\lambda' M', \epsilon' \psi' \iota' \beta'$

1.2 Các hệ thống phép đếm theo vị trí

Hệ thống phép đếm Lương Hà

Hệ thống phép đếm này sử dụng cơ sở sáu mươi. Tùy theo vị trí, các biểu tượng số lấy các giá trị khác nhau. Chẳng hạn, trong hệ thập phân, 295 nghĩa là $(2 \times 10^2) + (9 \times 10) + 5$; trong hệ thống cơ sở sáu mươi, 295 biểu thị một số được viết trong hệ thập phân là $(2 \times 60^2) + (9 \times 60) + 5$, tức là 7745.

Hệ thống phép đếm Trung Quốc

Nhiều thế kỷ trước Công nguyên, người Trung Quốc phát minh ra một hệ đếm cơ sở mười mà vị trí của những biểu tượng là quan trọng. Như vậy số 407834 đã được viết như sau: 4c7m8c3d4.

2 HỆ ĐẾM THẬP PHÂN

Theo Gerente (2015), trong các hệ thống phép đếm không theo vị trí, người ta không có nhu cầu về số 0. Nhưng trong hệ thống phép đếm theo vị

trị, nhu cầu này là cần thiết; số 0 cần phải được biểu thị theo một cách nào đó. Người Lương Hà để lại một khoảng trống để chỉ rằng không có đơn vị của một trật tự nhất định nào đó. Người Hindu, khoảng thế kỷ thứ V trước Công nguyên, đã nghĩ ra một kí tự đặc biệt, bây giờ gọi là "zero" để đánh dấu sự vắng mặt của một đơn vị của một trật tự nhất định. Trong hệ thống Trung Quốc, số 4 trăm 7 nghìn 8 trăm 3 chục 4 đơn vị trở thành 4c0d7m8c3d4. Khi đó, những chữ cái trở nên vô ích, ta viết 407834, và khi đó tất cả các số sẽ được biểu thị với 10 kí hiệu khác nhau.

Với những cố gắng hoàn thiện hệ thống phép đếm nói trên, hệ đếm thập phân đã ra đời. Đó là một hệ thống đếm theo vị trí, được đặc trưng bởi sự nối khớp giữa hai phương diện: vị trí và thập phân.

– Phương diện vị trí: mỗi vị trí ứng với một đơn vị đếm, từ phải sang trái là hàng đơn vị, hàng chục, hàng trăm,... Ví dụ: 235 gồm 2 trăm, 3 chục, 5 đơn vị. Số hàng trăm được viết ở vị trí thứ 3, hàng chục ở vị trí thứ 2 và hàng đơn vị ở vị trí thứ nhất tính từ phải qua. Các từ đơn vị, chục, trăm,...(các đơn vị của hệ đếm) thường chỉ được sử dụng như 1 nhãn dán để nói về chữ số trong cách viết của một số. Từ "hàng trăm" thường mất đi ý nghĩa là nhóm 100 đối tượng để chỉ dẫn tới một vị trí trong cách viết của một số.

– Phương diện thập phân: các đơn vị khác nhau được gắn kết giữa chúng bởi "mối liên hệ" thập phân: 1 chục = 10 đơn vị, 1 trăm = 10 chục,... Do đó, hệ đếm này được gọi là hệ đếm thập phân.

Việc phân tích một số nguyên ở dạng đa thức được dựa trên định lý cơ bản về phân tích một số nguyên theo một cơ sở b như sau:

Mọi số tự nhiên a khác không đều có thể viết được một cách duy nhất ở dạng: $a = a_nb_n + \dots + a_1b_1 + a_0$

trong đó n là số tự nhiên, a_i là số tự nhiên thuộc đoạn $[0; b-1]$ với mọi i và $a_n \neq 0$.

Khi $b = 10$, nghĩa là xét trong hệ đếm thập phân, định lý trên có nghĩa là mọi số đều có thể phân tích được theo một cách duy nhất dưới dạng tổng của các đơn vị đếm, trong đó mỗi đơn vị có mặt không quá 9 lần. Đây được gọi là dạng phân

tích "chuẩn". Ví dụ, số 5327 gồm 5 nghìn, 3 trăm, 2 chục, 7 đơn vị.

Ngoài ra, còn có nhiều dạng phân tích khác "không chuẩn", dựa trên phương diện thập phân của hệ đếm. Ví dụ: với số 5327 ta có thể phân tích như sau: "53 trăm, 2 chục, 7 đơn vị", hoặc "5 nghìn, 32 chục, 7 đơn vị", "4 nghìn, 13 trăm, 27 đơn vị",...

Xây dựng phương diện thập phân của hệ đếm dẫn đến việc sử dụng các đơn vị khác nhau của hệ đếm theo những quan điểm khác nhau.

Để nắm được hệ đếm thập phân, cần nắm được các quy tắc về vị trí và quy tắc thập phân nói trên. Hai phương diện này là mấu chốt của việc tính toán bằng cách đặt phép tính, tính nhẩm hay đổi số đo. Vì vậy, chúng hiện diện như những tri thức cốt lõi của việc học toán ở tiểu học. Chẳng hạn, cách viết số (hệ đếm) được xác định bởi khả năng đọc các số, viết chúng và xác định chính xác giá trị của chữ số nhờ vào vị trí trong một số cho trước.

3 HỆ ĐẾM THẬP PHẦN TRONG SÁCH GIÁO KHOA TOÁN Ở TIỂU HỌC HIỆN HÀNH

Sách giáo khoa Toán các lớp 1, 2, 3 chưa trình bày khái niệm hệ đếm thập phân, chỉ thể hiện ngầm ẩn qua các bài trình bày về số tự nhiên. Thuật ngữ "hệ thập phân" được đưa vào tường minh ở lớp 4 như Hình 1. Ở đây, cả hai phương diện thập phân và phương diện vị trí của hệ đếm đều được đề cập đến. Tuy nhiên, có thể thấy rằng phương diện vị trí được nhấn mạnh: "Giá trị của mỗi chữ số phụ thuộc vào vị trí của nó trong số đó".

Nghiên cứu cho thấy ở các lớp 1, 2, 3, phương diện vị trí cũng được nhấn mạnh, rèn luyện trong nhiều bài tập. Tuy nhiên, phương diện thập phân chỉ được đề cập lướt qua, không có nhiều bài tập. Đặc biệt, sách giáo khoa chỉ tập trung vào một cách biểu diễn "chuẩn" tương ứng với phương diện vị trí. Các cách biểu diễn "không chuẩn" không được đề cập đến. Trong sách giáo khoa, không có bài tập thực tế khai thác phương diện thập phân của hệ đếm.

Từ kết quả này chúng ta có thể dự kiến học sinh sẽ gặp phải một số khó khăn và sai lầm trong việc giải các bài toán liên quan đến hệ đếm thập phân.



VIẾT SỐ TỰ NHIÊN TRONG HỆ THẬP PHẦN

Trong cách viết số tự nhiên :

- Ở mỗi hàng có thể viết được một chữ số. Cứ mười đơn vị ở một hàng lại hợp thành một đơn vị ở hàng trên tiếp liền nó.

Chẳng hạn : $10 \text{ đơn vị} = 1 \text{ chục}$
 $10 \text{ chục} = 1 \text{ trăm}$
 $10 \text{ trăm} = 1 \text{ nghìn} \dots$

- Với mười chữ số : 0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7 ; 8 ; 9 có thể viết được mọi số tự nhiên.

Chẳng hạn :
 • Số "chín trăm chín mươi chín" viết là : 999
 • Số "hai nghìn không trăm linh năm" viết là : 2005
 • Số "sáu trăm tám mươi lăm triệu bốn trăm linh hai nghìn bảy trăm chín mươi ba" viết là : 685 402 793.

Nhận xét : Giá trị của mỗi chữ số phụ thuộc vào vị trí của nó trong số đó.

Chẳng hạn, số 999 có ba chữ số 9, kể từ phải sang trái mỗi chữ số 9 lần lượt nhận giá trị là : 9 ; 90 ; 900.

Viết số tự nhiên với các đặc điểm trên được gọi là viết số tự nhiên trong hệ thập phân.

Hình 1: Cách viết số tự nhiên trong hệ thập phân theo sách giáo khoa Toán 4 (Đỗ Đình Hoan và c.v., 2014)

4. MỘT SỐ KHÓ KHĂN VÀ SAI LẦM CỦA HỌC SINH

Một số khó khăn và sai lầm có thể kể đến như:

Khó khăn thứ nhất: sự khác biệt giữa viết và đọc các số

Sự khác biệt giữa cách đọc và viết các số tự nhiên có thể dẫn đến khó khăn cho học sinh khi học về các số tự nhiên. Thật vậy, hệ đếm chữ số (viết) cần tuân thủ nguyên tắc vị trí trong khi hệ đếm ngôn ngữ (đọc) tuân theo logic cộng. Chẳng hạn, 35 được đọc là "ba mươi lăm", điều này dễ dẫn đến sai lầm của học sinh khi yêu cầu viết số "ba mươi lăm" thì họ sẽ viết là 305.

Khó khăn thứ hai: hiểu cách viết chữ số (liên quan đến phương diện vị trí hoặc phương diện thập phân của hệ đếm)

Chẳng hạn, chúng ta xét bài toán sau:

Viết số:	Học sinh có thể đưa ra các câu trả lời như sau :
$6 \text{ trăm} + 5 \text{ đơn vị} = \dots$	$6 \text{ trăm} + 5 \text{ đơn vị} = 65$
$7 \text{ đơn vị} + 5 \text{ chục} + 2 \text{ trăm} = \dots$	$7 \text{ đơn vị} + 5 \text{ chục} + 2 \text{ trăm} = 752$
$5 \text{ trăm} + 12 \text{ chục} + 3 \text{ đơn vị} = \dots$	$5 \text{ trăm} + 12 \text{ chục} + 3 \text{ đơn vị} = 5123$
$6 \text{ trăm} + 23 \text{ chục} + 15 \text{ đơn vị} = \dots$	$6 \text{ trăm} + 23 \text{ chục} + 15 \text{ đơn vị} = 62315$

Ở đây, học sinh không hiểu về phương diện vị trí của hệ đếm, họ chỉ ghép một cách gian đơn các con số đã cho trong đề bài để tạo thành một số.

Trong 2 trường hợp cuối, việc viết đúng các số đã cho đòi hỏi học sinh phải hiểu rõ phương diện thập phân của hệ đếm. Cụ thể, 12 chục là 1 trăm và 2 chục, do đó $5 \text{ trăm} + 12 \text{ chục} + 3 \text{ đơn vị} = 6 \text{ trăm} + 2 \text{ chục} + 3 \text{ đơn vị} = 623$. Tương tự, 15 đơn vị = 1 chục và 5 đơn vị, $23 \text{ chục} = 2 \text{ trăm} + 3 \text{ chục}$, do đó $6 \text{ trăm} + 23 \text{ chục} + 15 \text{ đơn vị} = 8 \text{ trăm} + 4 \text{ chục} + 5 \text{ đơn vị} = 845$.

Khó khăn thứ ba: sử dụng phương diện thập phân của hệ đếm để giải quyết các bài toán

Xét hai bài toán sau:

Bài toán 1: Cửa hàng của cô Mai có 756 bông hoa hồng. Cô Mai muốn bó thành các bó một chục bông hoa để bán. Hỏi cô Mai có bao nhiêu bó hoa?

Ở đây, có thể dự kiến học sinh sẽ rất lúng túng không biết trả lời (khi họ chưa học về phép chia cho 10) vì họ không hiểu rõ quy tắc thập phân (1 trăm = 10 chục).

Ta biết rằng, số 756 có 75 chục, vậy có 75 bó hoa.

Bài toán 2: Lan có 118 nghìn đồng. Lan muốn đổi được nhiều nhất các tờ tiền mệnh giá 10 nghìn đồng. Vậy Lan có thể nhận được bao nhiêu tờ tiền mệnh giá 10 nghìn đồng?

Trong bài toán này, nếu vận dụng tốt phương diện thập phân của hệ đếm có thể đưa ra ngay câu trả lời là Lan có thể nhận được 11 tờ tiền mệnh giá 10 nghìn đồng. Thật vậy, 118 gồm 11 chục nên

Lan đối được nhiều nhất là 11 tờ tiền mệnh giá 10 nghìn đồng.

Chúng tôi dự kiến học sinh cũng sẽ gặp nhiều lung tung trong việc giải bài toán này. Có thể học sinh sẽ phải phân tích 118 thành các tổng của 10 và đếm:

$$118 = 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + \dots$$

Nghiên cứu thực nghiệm được tiến hành trên 108 học sinh lớp 4 tại một trường tiểu học tại tỉnh Tiền Giang để xác định các khó khăn và sai lầm

của học sinh liên quan đến phương diện thập phân và phương diện vị trí của hệ đếm khi giải các bài toán. Học sinh làm việc theo nhóm (mỗi nhóm 3 học sinh) để trả lời các câu hỏi trắc nghiệm và tự luận trên phiếu bài tập (gồm 5 bài toán). Các câu trả lời của học sinh cho thấy nhiều học sinh gặp những khó khăn và sai lầm được dự kiến ở trên (Dương Thị Hạnh, 2017). Bảng 4 cung cấp một thống kê các câu trả lời của học sinh đối với ba bài toán thực nghiệm mà học sinh mắc sai lầm nhiều nhất.

Bảng 4: Thống kê câu trả lời của các học sinh tham gia thực nghiệm

Câu hỏi	Số nhóm trả lời sai	Nhận xét
Bài toán 1: Khoanh vào chữ đặt trước câu trả lời đúng: Số gồm 5 trăm và 5 đơn vị được viết là A. 5005 B. 550 C. 505 D. 055	9 nhóm Câu trả lời sai phổ biến: A	Học sinh chưa nắm vững phương diện vị trí của hệ đếm. Sai lầm của học sinh gắn liền với khó khăn để hiểu sự khác biệt giữa đọc và viết số.
Bài toán 2: Viết số: a) 2 nghìn 5 trăm 7 chục và 6 đơn vị. b) 3 nghìn và 5 đơn vị. c) 12 trăm và 4 đơn vị d) 201 chục và 12 đơn vị	Câu a: 0 nhóm Câu b: 0 nhóm Câu c: 15 nhóm Sai lầm phổ biến: 124 Câu d: 33 nhóm Sai lầm phổ biến: 20112	Câu a và b quen thuộc nên học sinh thực hiện tốt việc trả lời câu hỏi. Tuy nhiên, ở hai câu c và d, số lượng nhóm học sinh mắc sai lầm tăng lên nhiều do học sinh chưa nắm vững phương diện thập phân của hệ đếm. Sai lầm này gắn liền với khó khăn trong việc hiểu cách viết chữ số.
Bài toán 5: Chị Mai có 345 bông hoa, bó thành các bó một chục để bán. Hỏi chị Mai bỏ được tất cả bao nhiêu bó hoa?	36 nhóm Một số bài làm sai phổ biến: Số bó hoa chị Mai bỏ được tất cả là: $345 + 10 = 355$ (bó hoa) Đáp số: 355 bó hoa Số bó hoa chị Mai bỏ được tất cả là: $345 - 10 = 335$ (bó hoa) Đáp số: 335 bó hoa	Học sinh biết 1 chục là 10 bông hoa. Tuy nhiên, họ không đưa ra được câu trả lời cho bài toán. Ở đây, học sinh gặp khó khăn trong việc sử dụng phương diện thập phân của hệ đếm để giải quyết các bài toán.

Kết quả thực nghiệm trên đã chứng tỏ nhiều học sinh mắc phải những khó khăn và sai lầm được dự kiến ở trên.

5 KẾT LUẬN

Những khó khăn và sai lầm của học sinh mà chúng tôi dự kiến ở trên là do học sinh chưa hiểu rõ phương diện thập phân và phương diện vị trí của hệ đếm; chúng là hệ quả của việc thiếu vắng các bài tập rèn luyện về phương diện thập phân và vận dụng phương diện thập phân của hệ đếm để giải quyết các bài toán thực tế. Thật vậy, việc biểu diễn số theo hàng, tuân thủ thứ tự trong cách viết số theo quy ước hay việc áp đặt quá sớm một sự biểu diễn theo thứ tự tất yếu sẽ dẫn học sinh đến chỗ giải thích cách viết bằng những thuật ngữ "thứ tự", "vị trí" và tách xa khỏi nghĩa thực sự gắn với vị trí theo cách nhóm. Để giúp học sinh vượt qua được

các khó khăn và các sai lầm trên, chúng tôi thiết nghĩ cần thiết kể và triển khai các tình huống dạy học phù hợp để học sinh hiểu rõ bản chất của hệ đếm, từ đó vận dụng được các phương diện của hệ đếm để giải toán.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- Dương Thị Hạnh, 2017. Dạy học số tự nhiên với hệ đếm thập phân ở các lớp đầu bậc tiểu học. Luận văn cao học. Trường Đại học Sư phạm Thành phố Hồ Chí Minh. Thành phố Hồ Chí Minh.
- Đỗ Đình Hoan, Nguyễn Ánh, Vũ Quốc Chung và ctv., 2014. Toán 4. Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam. Hà Nội, 184 trang.
- Gerente, M., 2015. La numération : aspects historiques et culturels. Grand N. 5: 5-12.